



Roland Charnay, chercheur en didactique des mathématiques, avec la collaboration de Georges Combiér, professeurs de mathématiques

Une base de travail plutôt raisonnable, mais qui mérite des ajustements

Ces projets de programmes étaient attendus par la communauté enseignante très critique sur les programmes de 2008, jugés lourds, tatillons, faisant trop peu de place au développement de l'initiative et de l'autonomie des élèves et laissant peu de marge de manœuvre aux équipes enseignantes.

Les projets publiés par le CSP sont d'une tonalité différente, notamment pour ce qui concerne l'enseignement des mathématiques. Leur analyse fait en effet apparaître une orientation qui renoue avec des exigences plutôt raisonnables au service d'une réelle culture mathématique pour tous les élèves. Cependant, des ajustements sur la forme et sur certains contenus paraissent nécessaires.

Dans la suite sont successivement analysés :

- les orientations générales concernant les apprentissages mathématiques
- la contribution des mathématiques au socle commun
- les propositions concernant les apprentissages mathématiques pour chacun des cycles ;
- les ajustements souhaités sur la forme et la fonction des documents proposés.

1. Orientations générales concernant les apprentissages mathématiques pour chaque cycle

On les trouve formulées dans le volet 1 (spécificités de chaque cycle) et dans les propos généraux relatifs aux mathématiques dans le volet 3. Ces considérations sont importantes dans la mesure où elles sont susceptibles d'orienter les choix en matière d'enseignement.

Au cycle 2, on insiste à juste titre sur l'importance de la durée et de la progressivité dans les apprentissages, sur le fait que sens, compréhension et automatisation se construisent simultanément, sur la nécessité d'articuler le concret et l'abstrait et enfin

sur la place des problèmes, du raisonnement et de la justification dans les apprentissages mathématiques, notamment lorsqu'il est affirmé (p. 27) : *La résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, qu'il s'agisse d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de modéliser des situations issues d'autres enseignements du domaine « questionner le monde » ou de la vie de la classe. Ils développent ainsi leurs capacités à chercher, raisonner, expliciter, communiquer.* La dimension ludique des situations proposées aux élèves de ce cycle est également soulignée. Le rôle des écrits en mathématiques, parmi les autres composantes, est par ailleurs finement analysé.

Au cycle 3, le propos est moins précis. On retrouve cependant des affirmations comparables à celles du cycle 2 concernant la résolution de problèmes et le raisonnement. Par exemple, il y est noté que *les notions mathématiques étudiées prendront tout leur sens dans la résolution de problèmes qui justifie leur acquisition.* (p. 5) ou que *le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences spécifiques et majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer* (p. 31) ou encore que *ces compétences et connaissances se construisent à partir de démarches, méthodes et activités s'appuyant sur différents problèmes, outils et supports* (page 32, tableau relatif aux nombres et calculs ; il serait souhaitable que cette indication soit reprise dans les tableaux des autres domaines ou intégrée dans le propos général).

Mais...

- d'une part, ces considérations générales pourraient être enrichies, notamment pour le cycle 3, en particulier sur l'importance de la justification, de l'expérimentation et de la démarche d'investigation et sur différentes stratégies de recherche possibles dans une situation problématique ou encore sur les différentes formes d'écrits auxquels les élèves doivent être confrontés (écrits pour chercher, écrits pour rendre compte et écrits de référence) ;
- d'autre part, elles pourraient être traduites plus fortement dans les compétences attendues des élèves à la fin de chaque cycle (voir, plus loin, l'analyse pour chaque domaine).

2. Les mathématiques dans le socle (volet 2)

La contribution des mathématiques au socle commun est en général bien explicitée. Mais deux souhaits peuvent cependant être formulés pour que soit mentionnée explicitement la contribution des mathématiques :

- à la formation de la personne et du citoyen (domaine 3), notamment au cycle 3 où un premier travail sur les représentations graphiques permet de montrer comment elles peuvent être réalisées pour accentuer ou minimiser un phénomène (et donc orienter une opinion) et où les capacités d'argumentation raisonnée des élèves peuvent contribuer à développer des opinions fondées sur la raison ;
- aux représentations du monde et de l'espace (domaine 5) pour ce qui concerne les outils qu'elles fournissent pour se repérer dans le temps et dans l'espace, outils dont la place est d'ailleurs renforcée aussi bien dans le programme du cycle 2 que dans celui du cycle 3.

3. Nombres et calculs

Dans ce domaine, les compétences attendues en fin de chacun des cycles se démarquent peu de celles mentionnées dans les programmes antérieurs. Il serait cependant souhaitable que dans la colonne "Compétences" au cycle 3 on trouve bien toutes les compétences attendues en fin de cycle. Il faut, par exemple, se reporter à un document annexe (Repères de progressivité – Nombres et calcul) pour savoir qu' « *En 6^e, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu* » !

On note avec satisfaction l'affirmation de certaines orientations concernant :

- le développement des compétences et connaissances relatives à la numération décimale, en particulier au cycle 2 ;
- la primauté du calcul mental (mémorisation et réflexion) sur le calcul posé, plus fortement affichée au cycle 2 qu'au cycle 3. De ce point de vue, la notation, en introduction du cycle 2, du fait que « *l'apprentissage des techniques opératoires posées doit être conçu comme un moyen de renforcer la compréhension du système décimal de position et de consolider la mémorisation des relations numériques élémentaires* » pose clairement la place que doit occuper cet apprentissage ;
- la mention faite des connaissances utilisées et développées en calcul réfléchi concernant les propriétés des opérations utilisées de manière implicite et le lien avec la numération ;
- le fait que les attentes concernant les techniques de calcul posé soient redevenues raisonnables (cf. les repères de progressivité) : addition des entiers au CE1, soustraction et multiplication des entiers au CE2, addition, soustraction des décimaux au CM1, multiplication d'un décimal par un entier au CM2, multiplication de deux décimaux en 6^e, division euclidienne au CM1, quotient décimal de deux entiers ou d'un décimal par un entier au CM2 (cf. les repères de progressivité) ; on peut suggérer l'ajout de ce commentaire qui figure dans l'actuel programme de 6^e : *Concernant le calcul posé, les nombres doivent rester de taille raisonnable et aucune virtuosité technique n'est recherchée* ;

- le fait que, pour ce qui concerne les désignations numériques, l'usage des mots précède celui des symboles mathématiques est une notation importante au cycle 2.

D'autres points appellent des interrogations ou suscitent des réserves.

- Le travail suggéré au cycle 2 sur l'égalité comme expression de l'équivalence entre deux désignations du même nombre est intéressant, mais peut conduire à un alourdissement, notamment au CP et le risque de dérive vers des exercices purement formels doit être canalisé ; ce travail n'est d'ailleurs pas mentionné au cycle 3, alors qu'il y aurait davantage sa place ;
- L'étude envisagée au CP/CE1 du lien entre addition et soustraction ($17 + ? = 32$ s'écrit aussi $? = 32 - 17$) est prématurée (au moins au CP, voire au CE1 pour beaucoup d'élèves) : l'équivalence entre recherche d'un complément et calcul d'une différence est longue à établir et sa traduction sous forme d'écriture formalisée encore plus tardive. On peut certes arguer du fait que cette étude n'est mentionnée que dans la colonne "Exemples d'activités, ressources", mais son inscription dans le texte même du programme risque de lui donner force de loi ;
- L'étude des relations entre addition et soustraction et entre multiplication et division (envisagée au cycle 2) n'est pas mentionnée au cycle 3, alors qu'elle peut être plus facile à établir à ce niveau de la scolarité et utile notamment en calcul mental et pour ce qui concerne le sens des opérations ;
- Au cycle 3, la correspondance entre compétences et connaissances associées doit être précisée sur certains points, par exemple : *multiples et diviseurs de nombres d'usage courant* dans la colonne "connaissances" ne correspond à aucune compétence dans la colonne "compétences" ;
- Aucune précision n'est apportée sur l'utilisation des parenthèses et des priorités dans un calcul en ligne mobilisant plusieurs opérations : des indications à ce sujet sont souhaitables concernant ce qui est possible ou attendu pour chacun des cycles.

Les étapes de l'étude des nombres indiquées dans les "Repères de progressivité" fournissent des indications utiles, mais certaines sont contestables ou peu compatibles avec l'esprit de ces nouveaux programmes qui se veulent moins injonctifs que les précédents.

- L'indication selon laquelle la désignation orale des nombres pourrait se limiter au CP aux nombres jusqu'à 69 n'est pas très heureuse : si effectivement l'étude s'arrête à 69, on installe dans l'esprit des élèves le fait que, comme pour les dizaines précédentes, le mot *soixante* est associé à 6 comme chiffre des dizaines alors que le mot *soixante* correspond soit à 6 soit à 7 comme chiffre des dizaines ; il serait plus judicieux de fixer soit 59, soit 79 comme étape possible dans l'apprentissage de la désignation orale des nombres au

CP... à moins qu'on ne suggère d'utiliser les termes *septante*, *octante* ou *huitante* et *nonante*, ce qui ne serait pas une sotte proposition ;

- La recommandation d'étudier au CE1 la numération décimale par paliers (199, puis 499, puis éventuellement 999) n'est pas justifiée. En effet si on s'intéresse à l'écriture en chiffres l'interprétation des chiffres n'est pas plus difficile pour 145, que pour 345 ou pour 745. Et si on s'intéresse à la lecture de ces nombres, il en va de même (*trois-cent-quarante-cinq* est de même difficulté que *sept-cent-quarante-cinq*, seul *cent-quarante-cinq* fait une légère exception puisque le 1 de 145 ne se traduit pas par le mot *un*).

Enfin, il est regrettable que certaines compétences essentielles ne soient pas davantage mentionnées, développées ou précisées.

- Dans les repères de progressivité, on lit que, au CE2, « *les élèves sont amenés à résoudre des problèmes [...] nécessitant l'élaboration d'une stratégie de résolution originale.* » Cet aspect de la résolution de problèmes n'est pas repris au cycle 3. Or, on sait qu'il s'agit d'une faiblesse des élèves français révélée par les enquêtes internationales. On se demande alors pourquoi cette capacité n'est mentionnée que pour le CE2 (alors qu'elle peut être travaillée dès l'école maternelle et poursuivie avec profit tout au long de la scolarité) et surtout pourquoi elle ne figure pas explicitement dans les compétences attendues des élèves en fin des deux cycles ;
- Ces problèmes axés sur l'élaboration de stratégies originales nécessitent justement la mobilisation... de stratégies qui ne sont pas naturelles et nécessitent, elles aussi, une forme d'apprentissage. On pourrait attendre du programme qu'il indique quelles stratégies peuvent être travaillées (partir des données ou de la question, procéder par essais et ajustements, inventorier les cas possibles, procéder par déductions ou par généralisation...) et à quel moment de la scolarité elles peuvent l'être ;
- Concernant le "sens des opérations", il est justement précisé que la progression sur les problèmes relevant des structures additives ou multiplicatives s'appuie sur une hiérarchie de ces structures. Il serait utile que le programme précise, dans cette hiérarchie, pour quels types de problèmes on attend en fin de chaque cycle une résolution rapide en mobilisant une opération et que, dans les repères de progressivité, soient indiquées quelques étapes possibles ;
- De la même façon, le calcul mental est pointé comme activité essentielle, mais on manque de repères sur les faits ou procédures numériques (tables, notamment) qui doivent être mémorisés en fin de chaque cycle et sur les étapes de cette mémorisation au cours du cycle : attend-on par exemple que toutes les tables de multiplication soient parfaitement maîtrisées et disponibles en fin de CE2 et lesquelles peuvent l'être en fin de CE1 ? L'enjeu à ce sujet est suffisamment important pour que les attentes et les possibilités soient davantage précisées.

Une dernière suggestion : il serait utile de préciser que, désormais, la nouvelle orthographe des nombres écrits en lettres (recommandée par l'Académie Française et par le ministère de l'Éducation nationale) s'impose.

4. Grandeurs et mesure

Les compétences attendues dans ce domaine en fin de cycle 2 se démarquent peu de celles mentionnées dans les programmes antérieurs, mais sont plus raisonnables que dans les programmes de 2008 pour le cycle 3 (cf. les repères de progressivité, où le calcul d'aire est limité au carré et au rectangle pour le CM2 et la longueur du cercle attendue en 6^e).

Il convient de souligner, au cycle 2, l'importance donnée au travail sur les grandeurs, aussi bien en termes de comparaison que d'opérations ainsi que le rappel des liens à établir entre ce domaine et celui des nombres et du calcul. Les mêmes recommandations pourraient être faites au cycle 3, notamment pour les espèces de grandeurs nouvellement étudiées (aire, en particulier).

À propos du calcul sur les grandeurs, il est souhaitable qu'un commentaire soit ajouté sur l'utilisation d'écritures comme $3\text{ m} + 8\text{ m} = 11\text{ m}$ ou comme $3\text{ m} + 100\text{ cm} = 4\text{ m}$ ou encore $3\text{ m} \times 4 = 12\text{ m}$, longtemps considérées comme prohibées.

La compétence de fin de cycle 2 « *Dans des cas simples, représenter des grandeurs par des segments* » risque d'aboutir à des exercices systématiques peu intéressants au cycle 2 au moment où la plupart des types de grandeurs considérées sont encore en cours de construction. Mieux vaudrait la suggérer comme activité dans la colonne de droite. Là encore, on note une absence d'articulation avec le cycle 3 où cette compétence aurait davantage sa place, par exemple en lien avec l'étude de la proportionnalité.

À propos des angles, on pourrait mentionner que la mesure d'un angle est indépendante de la longueur de ces côtés comme est indiquée la différenciation entre aire et périmètre.

Quelques détails de formulation nécessiteraient d'être revus :

- les termes "contenance" et "capacité" sont utilisés indifféremment aux cycles 2 et 3. Il serait préférable de toujours utilisé le même terme : celui de contenance avait été préféré à celui de capacité à la demande des physiciens pour qui le terme capacité à un usage particulier ;
- la compétence "Comparer des instants" serait sans doute mieux exprimée sous la forme "Situer des instants les uns par rapport aux autres" ;

- la compétence "encadrer une grandeur par deux nombres entiers d'unités" serait, au cycle 2, mieux formulée en écrivant "encadrer une grandeur par deux grandeurs exprimées à l'aide de nombres entiers d'unités"

5. Espace et géométrie

Les compétences attendues dans ce domaine en fin de cycle 2 comme en fin de cycle 3 se démarquent davantage de celles mentionnées dans les programmes antérieurs et sont source d'un alourdissement qui peut être important, notamment du fait du renforcement de la place accordée à l'espace, sans qu'il y ait diminution des connaissances en géométrie plane (voire un accroissement en CP et CE1) et du fait de l'introduction des logiciels de programmation et de la production d'algorithmes simples.

L'articulation du cycle 3 avec le cycle 2 doit être reconsidérée, par exemple lorsqu'il est affirmé au cycle 3 que *les activités de géométrie sont une première occasion de fréquenter diverses représentations de l'espace*, alors que des représentations de l'espace sont déjà envisagées au cycle 2.

Certaines orientations comportent des aspects très positifs, en particulier :

- l'affirmation, au cycle 2, du fait que « *les compétences et connaissances attendues en fin de cycle se construisent à partir de problèmes* » ;
- la place importante faite aux connaissances spatiales dont on sait qu'elles ne se construisent pas naturellement ;
- le fait que des questions géométriques peuvent être résolues en ayant recours à un raisonnement, cependant la montée en puissance de la part faite au raisonnement en 6^e pourrait être davantage développée.

D'autres points appellent des interrogations ou suscitent des réserves.

- Une place importante est faite aux représentations de l'espace dès le cycle 2, mais la part des activités de communication orale qui permettent la construction du sens et l'acquisition du langage est minorée ; d'autre part, là encore, l'articulation entre cycle 2 et cycle 3 doit être précisée dans la mesure où les compétences mentionnées pour les deux cycles diffèrent peu ;
- Les compétences font une part importante aux assemblages de cubes et de pavés en lien avec des représentations, au cycle 2, ce qui nécessite un temps conséquent dont on se demande s'il sera disponible compte tenu des autres attentes dans le domaine "espace et géométrie" ; dans le même ordre d'idée, ce qui est attendu au cycle 3 sous la mention « *assemblages de solides simples sous forme de maquettes* » doit être précisé ;

- La distinction entre boule et sphère est sans doute prématurée en cycle 2 : comment, parfois, savoir si on a affaire à une boule ou à une sphère, sauf à sectionner le solide ! De plus cette distinction, tout comme celle entre cercle et disque, n'est pas reprise au cycle 3. Là aussi, une harmonisation est nécessaire ;
- Concernant les notions de perpendicularité et de parallélisme, est-il bien utile de les introduire au cycle 2 pour la seule étude du carré et du rectangle ? La notion d'angle droit est suffisante pour caractériser les angles de ces figures et comment définir le parallélisme des droites portant les côtés d'un rectangle alors que « *la notion générale de parallélisme relève du cycle 3* » ;
- Le fait qu'une figure possède un axe de symétrie si on peut faire coïncider son recto avec la trace de son verso (par retournement) est intéressant, mais cette caractéristique ne serait-elle pas plus pertinente au cycle 3 qu'au cycle 2 ? Là encore, une harmonisation est nécessaire avec le cycle 3 où seul le pliage est envisagé au CM1, la caractérisation de figures par leurs axes de symétrie n'intervenant qu'au CM2 ;
- La construction d'un triangle à la règle et au compas n'était envisagée qu'en 6^e, elle est maintenant proposée au CM2, ce qui constitue aussi une source d'alourdissement ;
- La caractérisation des triangles particuliers par leurs axes de symétrie est privilégiée à celle par l'égalité des angles ; ce choix n'est pas judicieux au CM2 car les angles sont présents dans un triangle alors qu'il faut faire apparaître les axes de symétrie;
- À propos des solides, il serait bienvenu que le programme de cycle 3 précise que, si les compétences et connaissances attendues portent sur un nombre restreint de solides, la caractérisation de ces solides se fait par comparaison avec d'autres solides et que soient précisés les attendus sur boule, cylindre et cône;
- L'utilisation de logiciels de géométrie donne lieu à une ambiguïté qui doit être levée entre possibilité et obligation au cycle 2 : « *on peut utiliser un logiciel de géométrie. Les élèves sont initiés à des constructions simples dans un environnement dynamique* ». Au cycle 3, des précisions sont indispensables sur cette nouveauté du programme à la fois sur les types de logiciels de géométrie dynamique, de visualisation des cartes et de plans ou de programmation dont la nature et l'utilisation nécessitent des indications supplémentaires. Par exemple, il est mentionné dans les "Repères de progressivité" qu'au CM2 « *effectuer des constructions familiarisera les élèves avec les représentations cavalières* ». Mais cela ne semble possible que si les élèves connaissent déjà la perspective cavalière qui n'est ensuite envisagée qu'en classe de 6^e.

Les étapes indiquées dans les "Repères de progressivité" fournissent des indications utiles, mais on peut noter que les précisions paraissent exagérées dans ce domaine et en contradiction avec la volonté de laisser une marge d'initiative aux équipes de cycle. Il en va ainsi de la progressivité de l'acquisition du vocabulaire relatif aux solides au cycle 2 (un mot par année), cela peut être laissé à l'initiative des enseignants, d'autant plus qu'on peut noter une contradiction entre le fait que le terme "arête" est introduit au CE2 alors qu'on invite à construire un cube avec des tiges dès le CE1. C'est encore davantage le cas au cycle 3 où la précision et l'exhaustivité des indications vont au-delà de ce qui était affiché dans les programmes de 2008 !

6. Faisabilité et lisibilité des programmes

Du fait d'un alourdissement certain des attentes dans le domaine "Espace et géométrie" pour les 2 cycles (et plus spécialement au cycle 3 avec différents logiciels qu'il faut apprendre à maîtriser avant de les utiliser), de compétences renforcées sur la numération décimale et le travail sur les écritures arithmétiques en cycle 2, il apparaît que des allègements seraient les bienvenus. Ils peuvent, par exemple, résulter pour chaque cycle :

- de précisions concernant ce qui est attendu à la fin du cycle, notamment sur ce qui doit être mémorisé en calcul mental et sur les types de problèmes dont on attend une résolution rapide à l'aide d'une opération ;
- d'une diminution des compétences attendues en géométrie plane, au cycle 2 à propos des figures symétriques et de la perpendicularité et du parallélisme des côtés de polygones et au cycle 3 sur les attentes détaillées dans les "Repères de progressivité" pour chaque objet géométrique.

De tels allègements sont également indispensables pour la mise en place de démarches d'apprentissage laissant une place importante à l'investigation, à la résolution de problèmes et à l'argumentation, ce qui demande de disposer d'un temps suffisant.

Des aménagements sont à apporter sur la forme des textes et sur leur fonction.

- L'ordre de présentation des domaines Nombres entiers et calcul, puis Grandeurs et mesure et enfin Espace et géométrie retenu pour le cycle 2 est cohérent avec la recommandation faite en introduction de « *travailler les nombres en lien étroit avec les grandeurs continues* ». Cet ordre de présentation des domaines devrait être également retenu pour le cycle 3.

- Une harmonisation entre les entrées des tableaux pour chaque cycle et pour une même discipline constituerait un premier élément de clarification. Ainsi la 2^e colonne concerne au cycle 2 les "connaissances et savoirs" alors qu'au cycle 3 elle concerne tantôt les "connaissances associées" (pour Nombres et calculs) tantôt les "connaissances et activités associées" (pour Espace et géométrie et pour Grandeurs et mesures). La 3^e colonne des tableaux évoque pour le cycle 2 des "Exemples d'activités, ressources" alors que pour le cycle 3, elle propose "Démarches, méthodes et outils" qui se traduisent en réalité ensuite par "Problèmes, outils et supports". Au cycle 2, sont mentionnés des croisements inter-domaines (à l'intérieur des mathématiques) et entre disciplines alors qu'au cycle 3 ne sont décrits que des croisements interdisciplinaires.

Le statut des différents textes proposés n'est pas toujours clair.

Il est nécessaire que soit précisé plus nettement lesquels indiquent des attendus de fin de cycle (en termes de compétences et de connaissances, notamment), lesquels ont valeur d'exemples et lesquels apportent des informations pour l'enseignant.

Les repères de progressivité sont de nature très différente entre le cycle 2 et le cycle 3.

Au cycle 2, ils fournissent des indications qui laissent une marge de manœuvre aux équipes de cycle, alors qu'au cycle 3, notamment en géométrie, le niveau de détail de ces textes limite beaucoup cette marge de manœuvre. Le risque est que, rapidement, ces repères de progressivité se substituent au programme dont ils sont censés n'être que des annexes. Ce risque est d'autant plus fort que ces repères de progressivité sont rédigés en termes souvent injonctifs. Par exemple, les repères pour le cycle 3 en géométrie décrivent, pour chaque classe, « *les conceptions, propriétés à connaître...* »