

Calculs = la bonne opération



Les élèves français se situent en dessous des moyennes internationales pour ce qui concerne les maths en général et le calcul en particulier. Pour y remédier, le ministre propose des ajustements aux programmes de 2015. Ajustements qui, pour le mathématicien Rémi Brissiaud, reproduisent les erreurs passées à l'origine de la faiblesse des performances françaises aux évaluations.

Les études internationales, TIMSS et PISA, le rappellent régulièrement. En mathématiques les élèves français sont nettement en dessous de la moyenne. Cette situation qui taraude l'institution scolaire a justifié depuis plus de 30 ans la rédaction de nouveaux programmes : 1986, 1995, 2002, 2007, 2008, 2015. Mis en œuvre d'abord en maternelle puis en élémentaire l'année suivante, ces derniers remettent la compréhension au cœur des pratiques. Leurs effets ne peuvent être mesurés pour l'instant



faute de recul. Cela n'empêche pas le ministre de les « ajuster » en les prenant à contre-pied, notamment dans l'enseignement du calcul. Les repères de progressivité qui permettaient de prendre en compte le rythme de chaque élève, de lui laisser le temps de la compréhension, ont disparu. Désormais il faudra aller plus vite et introduire les quatre opérations dès le CP. Est-ce ainsi que les résultats des élèves français s'amélioreront ?

Ce n'est pas l'avis de Rémi Brissiaud.

Le mathématicien et chercheur en sciences cognitives estime qu'il y a eu par le passé des erreurs d'aiguillage dans le choix des méthodes d'apprentissage. Le comptage-numérotage préconisé dans les programmes de 1986 a « été à l'origine d'un échec scolaire d'abord fortement aggravé, puis prolongé », estime-t-il. Il préconise pour le calcul la méthode de l'« itération de l'unité », qui permet à l'élève de comprendre les liens mathématiques entre les nombres (lire

pp34-35). Cette approche est déclinée tout au long de la scolarisation au primaire avec, pour chaque cycle, un accent mis sur la compréhension, « c'est-à-dire sur l'appropriation des propriétés conceptuelles des nombres et des opérations », réversibilité, commutativité etc. « Un élève ne peut pas devenir performant en résolution de problèmes s'il ne s'approprie pas les propriétés conceptuelles des opérations », insiste Rémi Brissiaud.

INTERVIEW

“Éviter le comptage-numérotage”

Rémi Brissiaud continue à travailler avec des classes sur l'apprentissage du nombre et la compréhension du calcul sous-jacent +1 répété. Il alerte sur la nécessité de conserver les programmes 2015, rejetant l'usage du « comptage-numérotage ».

DANS SES DIVERSES RECOMMANDATIONS, LE MINISTÈRE DIT S'APPUYER SUR LES SCIENCES COGNITIVES. QU'EN EST-IL ?

RÉMI BRISSIAUD : Les sciences cognitives, comme toute science, sont faites de débats. Concernant les nombres par exemple, Stanislas Dehaene, le président du nouveau Conseil scientifique de l'éducation, pense que les bébés naissent avec un « sens des nombres approximatif » et que l'apprentissage du comptage permettrait ensuite l'accès à ce qu'il appelle « les nombres exacts ». En revanche, Elisabeth Spelke, une professeure de psychologie



BIO
Rémi Brissiaud
Professeur de mathématiques à l'école normale puis à l'IUFM de Cergy (1976-1997), Rémi Brissiaud est **maître de conférences honoraire** de psychologie cognitive. **Chercheur associé** au laboratoire Paragraphe de l'université Paris 8, il est aussi **membre du Conseil scientifique de l'AGEEM**. En 2013, il a publié « Apprendre à calculer à l'école – Les pièges à éviter en contexte francophone » chez Retz.

REPORTAGE

Dessine-moi un problème

Schématiser pour mieux comprendre et progresser en résolution de problèmes, c'est le pari de l'école Jean-Jacques Rousseau à Argenteuil (95). Mais quels schémas privilégier ?

C'était le temps où le « Plus de maîtres » existait. Et Kévin Gueguen l'était, depuis le début du dispositif dans l'école Jean-Jacques Rousseau à Argenteuil dans le Val-d'Oise. L'accent a été mis sur la lecture en cycle 2 mais aussi sur la résolution de problèmes jusqu'au cycle 3 afin d'aider les élèves à mieux les comprendre et les résoudre. « *De l'avis de toute l'équipe, c'est un domaine dans lequel les élèves étaient en difficulté et beaucoup d'enseignants se sentaient démunis* », commente-t-il.

S'inspirant des travaux de Gérard Vergnaud, Kévin, avec ses collègues, s'appuie sur la schématisation encouragée également par les programmes. « *Nous commençons par une étude systématique du texte d'énoncé pour reconnaître les informations mathématiques qu'il recèle et donner du sens aux opérations* », explique l'enseignant désormais en CP mais qui continue d'intervenir une séance par semaine dans les autres classes. Par exemple dans le problème de cycle 3 « *Si un paquet de 18 pots de peinture coûte 423,90 €, combien coûte un seul pot de peinture ?* » les professeurs s'assurent que les élèves ont bien compris la situation mathématique : « *Est-ce que je gagne quelque chose, est-ce que je perds, est-ce qu'il faut multiplier, diviser ?* »

Le travail se poursuit en individuel à l'écrit, sur différents supports dont un fichier de difficulté croissante, et une aide spécifique peut être apportée aux plus en difficulté « *mais dans le but qu'ils deviennent autonomes* ». En CM, le fichier débute par l'énoncé, suivi des quatre schémas types. Dans le problème des pots de peinture, les élèves

Aujourd'hui notre ville compte 169 793 habitants. Il y a 50 ans comptait 37 fois moins.
Combien d'habitants comptait la ville il y a 50 ans ?

Calcul et/ou schéma:

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 169\,793} \\ \underline{118} \\ 51\,793 \\ \underline{35} \\ 16\,793 \\ \underline{118} \\ 4\,993 \\ \underline{35} \\ 1\,493 \\ \underline{111} \\ 383 \\ \underline{35} \\ 33 \\ \underline{33} \\ 000 \end{array}$$

Phrase réponse: Il y a 50 ans la ville comptait

DEPUIS CINQ ANS, LES RÉSULTATS SONT LÀ, de sorte que l'équipe, même privée de son « Plus de maîtres », s'organise pour poursuivre la démarche.

entourent celui qui représente une situation de partage et le complètent. Puis ils effectuent leur calcul avant de répondre par une phrase rédigée. Chacun avance à son rythme durant la séance mais sur la même page, « *avec des énoncés plus ou moins complexes* », ce qui permet de terminer par un bilan en classe entière, sur une notion. Les élèves expliquent leurs stratégies, les « *liens entre le texte d'énoncé, le schéma, les opérations, la manipulation ou le dessin et puis la phrase réponse* ». Ils confrontent leurs points de vue, encouragés à « *verbaliser leurs erreurs, leurs difficultés comme leurs réussites qui peuvent servir aux autres* ». Ils peuvent également créer des problèmes à partir d'une situation donnée.

Le risque est de focaliser sur le bon schéma à choisir, que les élèves progressent en analyse d'un texte mais pas dans la conceptualisation des opérations arithmétiques mais Kévin et ses collègues ont perçu ce risque et insistent sur la compréhension à la fois de l'énoncé et des opérations. De même, ils laissent la possibilité de schématiser librement sur le cahier pour se guider. L'année dernière, Kévin a perdu son poste de « Plus de maîtres » mais l'équipe essaie de s'organiser pour poursuivre car les résultats sont là. Les évaluations départementales ont vu ainsi passer les CM2 de l'école de 20-25% de réussite en résolution de problèmes à 84%, 70% et 86% les trois dernières années.

● ● ● SUITE DE LA PAGE 34

à Harvard, écrit dans un article de 2017 qu'elle « rejette la thèse que le comptage [serait] central dans le nombre ». De toute évidence, les points de vue de ces deux éminents spécialistes ne coïncident pas.

POUR UN PROFESSEUR DES ÉCOLES, QUEL EST L'ENJEU DE TELS DÉBATS ?

R. B. : Il est important parce que le point de vue de Stanislas Dehaene conduit actuellement le ministère à tenter de revenir sur certains choix cruciaux du programme 2015. Ce dernier a instauré une rupture profonde avec les programmes précédents parce qu'il propose de renouer avec la culture pédagogique de l'école française entre 1945 et 1986 en se méfiant de l'enseignement du comptage-numérotage. Ainsi, on lit dans le programme maternelle 2015 : « Les activités de dénombrement éviteront le comptage-numérotage ».

QU'EST-CE QUE LE PROGRAMME 2015 APPELLE UN COMPTAGE-NUMÉROTAGE ?

R. B. : Il y a un test très facile au début du CP pour savoir si un élève a vraiment compris le nombre 5, par exemple. De manière générale, tous les élèves réussissent en comptant « 1, 2, 3, 4. Il y a en 4 ». Dans cette façon de faire, le premier 4 est une sorte de numéro, c'est pour cela que l'on parle de numérotage, alors que le second 4 désigne la quantité totale. Mais si l'on dit à un élève en difficulté : « En fait, ce n'est pas 4 mais 5 jetons que je voudrais », il recompte depuis le début « 1, 2, 3, 4, 5 ». Il ne sait pas qu'il suffit de rajouter un jeton, il est enfermé dans le comptage-numérotage. Savoir que 3 c'est 2+1, que 4 c'est 3+1, que 5 c'est 4+1, c'est maîtriser une propriété liée au calcul +1 répété qu'on appelle l'« itération de l'unité ». Cette propriété est qualifiée de « conceptuelle » parce qu'elle fonde le nombre. Elle est très présente dans le programme 2015. Il est important de noter que les élèves doivent la maîtriser en actes, dans le contexte d'une situation comme la précédente, et pas seulement verbalement parce qu'ils auraient appris une règle.

LES CHERCHEURS SONT-ILS D'ACCORD SUR L'IMPORTANCE DE CETTE PROPRIÉTÉ ?



R. B. : Paradoxalement, oui. Ainsi, Stanislas Dehaene la considère également comme fondamentale mais, de son point de vue, en l'état des recherches scientifiques, la façon dont les élèves s'approprient cette propriété relèverait du mystère. En fait, il méconnaît les propositions des pédagogues qui nous ont précédés, notamment ceux qui ont exercé entre 1945 et 1986. Ils recommandaient de progresser lentement à l'école maternelle et élémentaire en s'assurant que jusqu'à 5, puis 10, 20..., les élèves maîtrisent les décompositions des nombres correspondants et donc, les décompositions particulières du type $n+1$. Ils proposaient d'enseigner le comptage différemment, en s'exprimant ainsi : « un plus un, deux ; plus un, trois ; plus un, quatre... », c'est-à-dire de l'enseigner en explicitant le calcul +1 répété sous-jacent, de sorte qu'aucun mot prononcé ne soit un numéro. Ce choix est compatible avec la théorie d'Elisabeth Spelke alors que Stanislas Dehaene, lui, pense qu'il faut enseigner le comptage-numérotage le plus loin possible le plus

tôt possible, comme cela se fait souvent dans les familles et comme cela se faisait à l'école entre 1986 et 2015.

MAIS COMMENT TRANCHER SI LA RECHERCHE EST INSUFFISAMMENT DÉVELOPPÉE ?

R. B. : Des chercheurs de la DEPP en décembre 2008 ont comparé les performances entre 1987 et 1999 d'un échantillon représentatif des élèves de CM2. Le résultat est très clair : on observe un effondrement des performances en calcul. Depuis, les diverses évaluations PISA, CEDRE, TIMSS, ne font que confirmer le bas niveau de 1999. Entre 1987 et 1999, la moyenne des élèves baisse des deux tiers de l'écart-type initial, ce qui est considérable. Dans d'autres enquêtes, cela correspond à une année d'apprentissage en moins. De nombreuses causes peuvent être écartées : la baisse s'observe dans les mêmes proportions dans les divers milieux socioculturels et sur la même période il n'y a pas de baisse en lecture. La formation initiale et continue, sur la



“Si l’on dit à un élève en difficulté : « En fait, ce n’est pas 4 mais 5 jetons que je voudrais », il recompte depuis le début « 1, 2, 3, 4, 5 ». Il ne sait pas qu’il suffit de rajouter un jeton, il est enfermé dans le comptage-numérotage.”

problèmes s’il ne s’approprie pas les propriétés conceptuelles des opérations : commutativité de l’addition et de la multiplication, réversibilité de l’addition et de la soustraction, etc. En l’absence de la maîtrise de ces propriétés, les schémas conventionnels fonctionnent généralement mal. Et le moyen le plus sûr de développer la conceptualisation des nombres et des opérations chez les élèves, est le calcul mental.

période, est la plus longue que l’école française ait jamais connue. Reste une explication d’ordre didactique : la baisse constatée suit très exactement le moment où le ministère se met à recommander l’enseignement du comptage-numérotage, à rebours de ce que tous les pédagogues français préconisaient auparavant. Faudrait-il revenir à des programmes : 1986, 1995, 2002, 2008 qui ont vraisemblablement été à l’origine d’un échec scolaire d’abord fortement aggravé, puis prolongé ?

LES ÉVALUATIONS RÉCENTES EN CP TESTENT-ELLES LA PROPRIÉTÉ +1 RÉPÉTÉ ?

R. B. : Non, aucune épreuve ne le fait, seule une courte passation individuelle le permettrait. Cela serait tout à fait possible sur l’horaire d’APC par exemple. Elle pourrait ne concerner que les élèves dont l’enseignant doute d’une réelle compréhension des premiers nombres. Ce serait vraisemblablement bien plus informatif que l’épreuve proposée. Par ailleurs, il est intéressant de noter que dans

l’évaluation CP ministérielle, l’item « *re-pérer une position sur une ligne numérique* » est directement issu d’une tâche utilisée en psychologie cognitive. La façon dont il convient d’interpréter les résultats de cette tâche est d’ailleurs très controversée. D’un point de vue didactique, il est totalement incompréhensible qu’une telle tâche soit proposée à des enfants de cet âge.

QUELLES SONT POUR VOUS LES PRIORITÉS POUR CHAQUE CYCLE ?

R. B. : Aux cycles 2 et 3, comme au cycle 1, l’accent doit être mis sur la compréhension, c’est-à-dire sur l’appropriation des propriétés conceptuelles des nombres et des opérations. Par exemple, il y a une vingtaine d’années, suite aux travaux de Gérard Vergnaud, les enseignants faisaient souvent usage de représentations schématiques conventionnelles pour aider à la résolution de problèmes arithmétiques. Cela est redécouvert aujourd’hui mais, fondamentalement, un élève ne peut pas devenir performant en résolution de

REPORTAGE

Petit nombre deviendra grand

C'est après près de 30 ans passés essentiellement auprès d'élèves de moyenne et grande section, que Nathalie Petetin a choisi de mettre son expérience au service des enseignants et enseignantes de maternelle. Elle est CPC, option « maths » dans la circonscription de Montbéliard 1 dans le Doubs. « *Les maths c'est le matin et l'après-midi, en activités dirigées, en ateliers autonomes... des mises en situation et en recherche, avec des objectifs précis et des évaluations formatives. Et beaucoup de manipulation car l'activité doit toujours passer par l'action* » commence-t-elle. Dans les classes qu'elle accompagne, toujours un coin jeux mathématiques, en libre accès pour les enfants. Du matériel, des outils, des boîtes... et des jeux. Jeux de plateaux, pistes, légos, jeux de cartes, jeu des coccinelles, du serpent ou du banquier. C'est par là qu'elle éveille les petits à la construction du nombre, à la décomposition et recomposition. Ça commence dès les rituels du matin... on compte les absents. Nathalie

explique la démarche : « *Je privilégie l'enseignement du comptage-dénombrement souvent à partir d'une situation réelle, d'un jeu et d'une manipulation. Un petit bus fabriqué avec des personnages et une question : six personnes sont dans le bus à l'arrivée. Il y en avait trois au départ. Combien sont montées ?* ». Après on passe aux jetons, avec la boîte fermée, les doigts pour certains et toujours une phase d'application sur l'ardoise. « *Pour la décomposition du nombre j'utilise des boîtes noires et des images mentales. On voit trois jetons combien sont cachés pour faire cinq ?* » poursuit-elle. Ou construire une collection en devant aller récupérer les jetons au fond de la classe avec le moins de trajets possibles. Ou verbaliser la comptine numérique pour arriver au cardinal du nombre, 1 objet + 1 objet = 2 objets, 2 objets + 1 autre objet = 3 objets. « *Je construis les résolutions de problème portant sur les quantités à partir de leur vie quotidienne* », conclut-elle. Une douce entrée dans l'univers des nombres.



REPORTAGE

Et les Nou calculaient

Dans ce CP de Saint-Raphaël (83), les séances de maths sont attendues avec impatience avec la méthode des Noums inspirée des travaux de Rémi Brissiaud.

« *Quand un Noum 1 mange un autre Noum 1, il devient un Noum 2 qui fait deux fois sa taille* ». Cette drôle de méthode s'inspire des travaux de Rémi Brissiaud et d'un instituteur belge des années 1950, Georges Cuisenaire. Les élèves de l'école de l'Aspé à Saint-Raphaël dans le Var adorent. « *Ils réclament les séances de maths dès qu'ils arrivent* », sourit la maîtresse Julie Boumaaraf. Chaque année, elle prend le temps d'expliquer aux parents lors des réunions de rentrée la démarche qui se fonde sur le rejet du comptage-numérotage et l'association étroite entre les nombres et le calcul sous-jacent : 3 c'est 2+1 ou 1+1+1. Ces propriétés sont matérialisées par des personnages sur écran, le Noum 5 a la taille du Noum2 et du Noum 3 mis bout à bout ou de cinq Noums 1. Quand on met le Noum 5 derrière une radio, on voit les cinq Noums 1 qu'il contient. Chaque séance débute par un rappel collectif devant le tableau interactif et l'introduction de la notion du jour, par exemple une stratégie de calcul à trouver. Avec le stylet, les élèves manipulent et expliquent leurs procédures. Ensuite chacun des 26 CP travaille la notion en individuel sur tablette à son rythme puis sur fichier. Les 30 tablettes apportées par le chercheur ne chôment pas car le CP voisin de Béatrice Julsonnet suit la même



1



2

ms t...

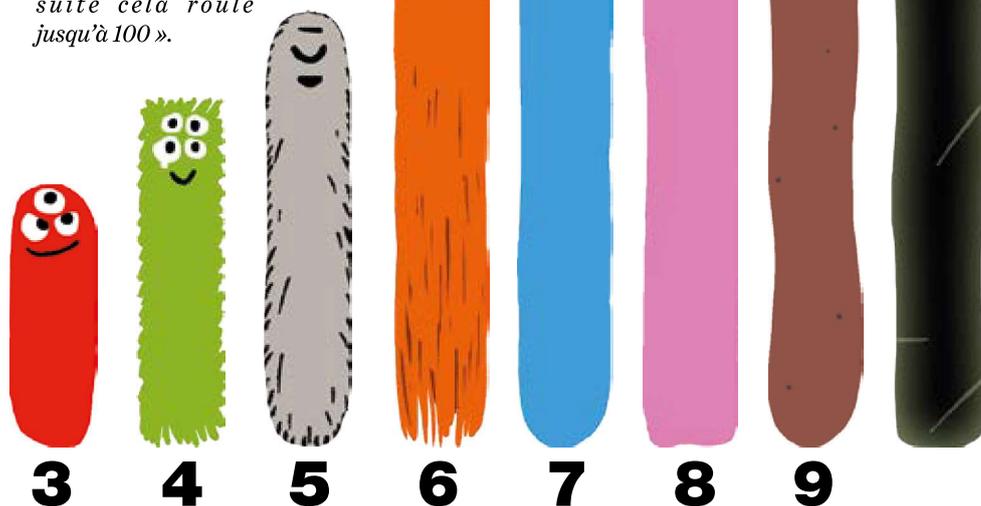
progression et leurs collègues de CE1 en ressentent les effets bénéfiques : « *Les acquis sont solides* », nous disent-ils.

HISTOIRE MATHS

Les nombres qui posaient problème comme 15 sont compris facilement : $10+5$ ou encore $60 : 50+10$ et ainsi de suite. Il y a aussi des quizz d'écriture qui ne se « valident que si les enfants tracent dans le bon sens » et des « créations d'histoires mathématiques » pour travailler la résolution de problèmes. À partir d'une situation de départ, par exemple un papa qui prend la photo de la maman et des deux enfants, les enfants racontent une histoire de maths. Davy explique que son calcul est $1+3$ donc 4. « *Moi je ne suis pas d'accord* », intervient Evan, « *mon histoire c'est qu'il y a deux enfants et deux parents donc $2+2$* ». Le résultat étant bien sûr identique. Avec cette démarche et le matériel, l'enseignante peut se consacrer aux élèves les plus en difficulté quand les plus à l'aise ont différents jeux de calcul une fois le travail terminé. « *On insiste sur les dix premiers nombres puis les vingt suivants. Ensuite cela roule jusqu'à 100* ».



À CHAQUE NOMBRE SON PERSONNAGE D'UNE TAILLE DONNÉE. Le 3 est ainsi trois fois plus grand que le 1.



ressources

VIDÉO

NO PROBLEMO. Le travail d'équipe de l'école J.J Rousseau à Argenteuil (95) sur la schématisation comme support à la résolution de problèmes est détaillé sur le site du Centre Alain Savary - Ifé (Lyon). De courts extraits vidéo permettent de comprendre comment ils ont classifié les différents problèmes avec à la clé des résultats très positifs. Sont mis en ligne cinq fichiers évolutifs.

CENTRE-ALAIN-SAVARY. ENS-LYON.FR

CONFÉRENCE DE CONSENSUS.

Le Cnesco et l'Institut français de l'éducation ont organisé en novembre 2015 une conférence de consensus intitulée « *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire* ». Le Cnesco souligne les difficultés récurrentes en particulier sur les fractions et les nombres décimaux ainsi que sur la maîtrise des opérations.

[HTTPS://WWW.CNESCO.FR/FR/NUMERATION/](https://www.cnesco.fr/fr/numeration/)